

第六章 测量系统分析

众所周知,在影响产品质量特征值变异的6个基本质量因素中,测量是其中之一。与其他5种基本质量因素所不同的是,测量因素对工序质量特征值的影响独立于5种基本质量因素综合作用的工序加工过程之外,这就使得单独对测量系统的研究成为可能。测量系统分析(Measurement System Analysis, MSA)的目的在于分析测量过程对产品质量特征值变异的影响大小及规律。因此,测量系统分析属于过程质量变异分析的范畴。事实上,产品质量的内在特性是通过加工过程实现的,其影响因素主要是人员、设备、材料、方法和环境。在产品加工质量形成后,需要经过测量系统获得质量特性值,通过对质量特性值的分析确定是否符合质量标准,从而发现过程存在的质量问题。本章主要对测量系统重复性和再现性的分析方法做简要介绍。

第一节 测量系统分析概述

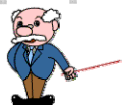
对测量系统的研究始于A. R. Eagle和F. E. Grubbs等人从统计角度对测量误差的研究。1972年,J. Mandel提出测量系统分析的重复性和再现性(Repeatability & Reproducibility, R&R)的概念和计算方法。20世纪90年代以来,学术界和企业界都对测量系统分析表现出了极大的兴趣,美国三大汽车公司在90年代初推出的QS9000中,将测量系统分析作为质量体系评审中不可缺少的一个组成部分,并出版了《测量系统分析手册》。

一、测量系统及其构成要素

测量系统是指测量中的仪器及其操作方式和方法、其他设备、软件、人员等的总称。这里的测量仪器是指进行测量的任何工具,通常是指工厂的测量工具。伴随着质量控制理论不断发展,测量数据的使用比以前更频繁、更广泛。测量系统的组成包括了测量者、参照标准、测量方法以及测量仪器等基本要素(图6-1)。测量过程即是测量者依照测量方法使用测量仪器对被测对象进行测量,并按照参照标准输出测量结果的活动。可见,测量者的知识和技术水平、测量方式与方法、测量系统的参照标准、测量仪器等因素都将影响测量结果。而测量系统本身对于产品和过程质量度量有很大的影响,同时,组成测量系统的各个要素对于测量系统又有很大的影响,这就有必要对测量系统进行深入的分析讨论。



全国Mini-MBA职业经理双证班



精品课程 权威双证 全国招生 请速充电

你可能准备跳槽或者求职, 却为缺少行业经验和专业证书而被用人单位百般挑惕!

你可能目前衣食无忧, 但随着年龄的增长和社会竞争压力的增大, 因为得不到专业的全新培训而失去竞争的机会和面临被淘汰的危机。

美华教育携手中国经济管理大学面向全国举办迷你 MBA 职业经理双证书班, 毕业颁发双证书。

招生专业及其颁发证书

认证项目	颁发双证	学费
全国《职业经理》MBA 高等教育双证书班	高级职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《人力资源总监》MBA 双证书班	高级人力资源总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修证书	1280 元
全国《生产经理》MBA 高等教育双证班	高级生产管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《品质经理》MBA 高等教育双证班	高级品质管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《营销经理》MBA 高等教育双证班	高级营销经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《物流经理》MBA 高等教育双证班	高级物流管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《项目经理》MBA 高等教育双证班	高级项目管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《市场总监》MBA 高等教育双证书班	高级市场总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《酒店经理》MBA 高等教育双证班	高级酒店管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《企业培训师》MBA 高等教育双证班	企业培训师高级资格认证毕业证书+2 年制 MBA 高等教育研修证书	1280 元
全国《财务总监》MBA 高等教育双证班	高级财务总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《营销策划师》MBA 双证书班	高级营销策划师高级资格认证证书+2 年制 MBA 高等教育研修证书	1280 元
全国《企业总经理》MBA 高等教育双证班	全国企业总经理高级资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《行政总监》MBA 高等教育双证班	高级行政总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《采购经理》MBA 高等教育双证班	高级采购管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《医院管理》MBA 高等教育双证班	高级医院管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《企业管理咨询师》MBA 双证班	高级企业管理咨询师资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元



【授课方式】 全国招生、函授学习、权威双证

我校采用国际通用3结合的先进教育方式授课（远程函授+教学电子光盘自修+网络学院持续视频学习）



【颁发证书】 学员毕业后可以获取权威双证书与全套学员学籍档案

- 1、毕业后可以获取相应专业钢印《高级职业经理资格证书》;
- 2、毕业后可以获取2年制的《MBA研究生课程高等教育研修结业证书》;



【证书说明】

1. 证书加盖中国经济管理大学钢印和公章（学校官方网站电子注册查询、随证书带整套学籍档案）;
2. 毕业获取的证书与面授学员完全一致，无“函授”字样，与面授学员享有同等待遇，证书是学员求职、提干、晋级的有效证明；。



【学习期限】 3个月（允许有工作经验学员提前毕业，毕业获取证书后学校仍持续辅导2年）



【收费标准】 全部费用1280元（含教材光盘、认证辅导、注册证书、学籍注册等全部费用）

函授学习为你节省了大量的宝贵的学习时间以及昂贵的MBA导师的面授费用，是经理人首选的学习方式。



【招生对象】

- 1、对管理知识感兴趣，具有简单电脑操作能力（有2年以上相应工作经验者可以申请提前毕业）。
- 2、年龄在20—55岁之间的各界管理知识需求者均可报名学习。



【教程特点】

- 1、完全实战教材，注重企业实战管理方法与中国管理背景完美融合，关注学员实际执行能力的培养；
- 2、对学员采用1对1顾问式教学指导，确保学员顺利完成学业、胸有成竹的走向领导岗位；
- 3、互动学习（专家、顾问24小时接受在线咨询，第一时间回答学员的提问和咨询）



【考试说明】

1. 卷面考核：毕业试卷是一套完整的情景模拟试卷（与工作相关联的基础问卷）
2. 论文考核：毕业需要提交2000字的论文（学员不需要参加毕业论文答辩但论文中必修体现出5点独特的企业管理心得）
3. 综合心理测评等问卷。



【颁证单位】

中国经济管理大学经中华人民共和国香港特别行政区批准注册成立。目前中国经济管理大学课程涉及国际学位教育、国际职业教育等。学院教学方式灵活多样，注重人才的实际技能的培养，向学员传授先进的管理思想和实际工作技能，学院会永远遵循“科技兴国、严谨办学”的原则不断的向社会提供优秀的管理人才。



【承办单位】

美华管理人才学校是中国最早由教委批准成立的“工商管理MBA实战教育机构”之一，由资深MBA教育专家、教育协会常务理事徐传有教授担任学校理事长。迄今为止，已为社会培养各类“能力型”管理人才近10万余人，并为多家企业提供了整合策划和企业内训，连续13年被教委评选为《优秀成人教育学校》《甲级先进办学单位》。办学多年来，美华人独特的教学方法，先进的教学理念赢得了社会各界的高度赞誉和认可。



【咨询电话】13684609885 0451--88342620

【咨询教师】王海涛 郑毅

【学校网站】<http://www.mhjy.net>

【咨询邮箱】xchy007@163.com



【报名须知】

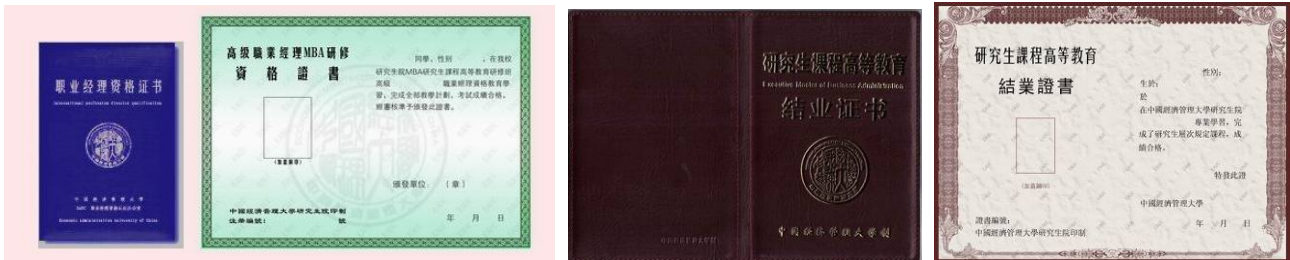
- 1、报名登记表格下载后详细填写并发送邮件至 xchy007@163.com (入学时不需要提交相片，毕业提交试卷同时邮寄4张2寸相片和一张身份证复印件即可)
- 2、交费后请及时电话通知招生办确认，以便于收费当日学校为你办理教材邮寄等入学手续。



【证书样本】(全国招生 函授学习 权威双证 请速充电)

(高级职业经理资格证书样本)

(两年制研究生课程高等教育结业证书样本)



【学费缴纳方式】可以选择以下任意一种方式缴纳学费

方式一	学校地址	<p>邮寄地址：哈尔滨市道外区南马路 120 号职工大学 109 室</p> <p>邮政编码：150020 收件人：王海涛</p>
方式二	学校帐号	<p>学校帐号：184080723702015</p> <p>账号户名：哈尔滨市道外区美华管理人才学校</p> <p>开户银行：哈尔滨银行龙江支行</p> <p>支付系统行号：313261018018</p>
方式三	交通银行 (太平洋卡)	<p>帐号：40551220360141505 户名：王海涛</p> <p>开户行：交通银行哈尔滨分行信用卡中心</p>
方式四	邮政储蓄 (存折)	<p>帐号：602610301201201234 户名：王海涛</p> <p>开户行：哈尔滨道外储蓄中心</p>
方式五	中国工商银行 (存折)	<p>帐号：3500016701101298023 户名：王海涛</p> <p>开户行：哈尔滨市道外区靖宇支行</p>
方式六	建设银行帐户 (存折)	<p>中国人民建设银行帐户 (存折)： 1141449980130106399</p> <p>用户名：王海涛</p>
方式七	农业银行帐户 (卡号)	<p>农业银行帐户 (卡号)： 6228480170232416918 用户名：王海涛</p> <p>农行卡开户银行：中国农业银行黑龙江分行营业部道外支行景阳支行</p>

可以选择任意一种方式缴纳学费，建议使用第五种方式（中国工商银行，比较方便快捷）收到学费的当天，学校就会用邮政特快的方式为你邮寄教材和考试问卷。

<http://www.mhgy.net>

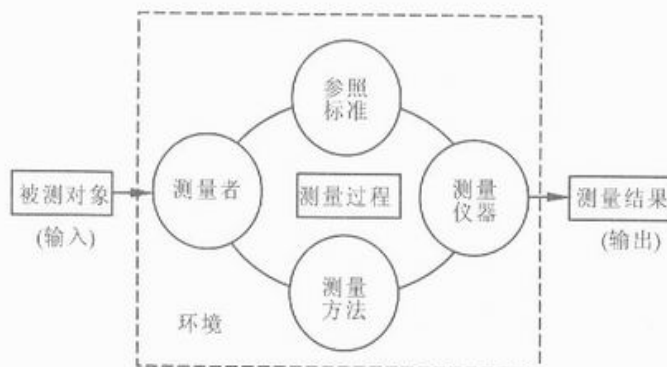


图 6-1 测量系统的基本要素

二、测量系统分析的作用、目的及需做测量分析的情况

1. 测量系统分析的作用和目的

(1) 测量系统分析的作用 无论采用何种质量控制方法，都是基于过程的数据进行分析决策的。而这些数据的质量将直接影响分析的准确性。可以想像，如果测量数据本身不可信，那么基于这些数据进行的分析决策将是没有任何意义的，甚至会得出有违真实情况的结论。例如，我们利用控制图来判断过程是否稳定的最基本依据就是测量数据。把某一过程的测量数据或根据测量数据计算出的统计结果，与该过程的质量标准进行比较，如果比较结果表明该过程发生了变异，那么就要对系统做某种必要调整。否则，该过程就是稳定的，系统于是可以继续运行而无需调整。但前提是，我们得出的结论是建立在对测量数据信任的基础上。因此，一个测量系统的准确性将直接影响到对产品和过程质量的判断。这就是为什么在质量改进工作中，必须强调要进行测量系统分析的根本原因。

测量系统分析的实质是分析测量系统的变异来源，即从统计学的角度研究测量系统各部分的变异，以及测量系统的总变异与过程变异和公差之间的关系，确保影响过程质量的主要变异来源是过程本身，而不是测量系统。因此，测量系统分析主要有以下几个作用：

- 作为接受新测量设备的准则
- 一种测量设备与另一种的比较
- 作为评价计量量具的依据
- 维修前后测量设备的比较
- 计算过程误差所需的方法，判定生产过程的可接受性水平

(2) 测量系统分析的目的 MSA 技术是企业连续质量改进工作中的一项重要内容，企业要进行质量改进的第一步，就要首先有正确的测量系统。缺少对测量系统的有效控制，质量改进就失去了基本的前提；缺少对测量系统





的科学分析,将直接影响到连续质量改进实施的效果。在 QS9000 标准中,对测量系统分析做了详细的规定,企业若想获得 QS9000 认证,必须有这方面的工作内容。MSA 技术在国外的大公司中有着广泛的应用,比如克莱斯勒、福特、通用和 Motorola 等公司均运用 MSA 技术,MSA 技术在提高产品的质量方面起到了重要的作用。

一般来讲,进行测量系统分析的目的主要有以下几个方面:

- 明确过程/工序测量系统的能力水平
- 确认测量系统的变异来源
- 确认测量系统在一段时间内是否稳定
- 确认测量系统是否线性

2. 需做测量系统分析的情况

一般来说,在以下情况下,需要进行测量系统分析。

- 在正常仪器维护条件下,测量仪器误差很大
- 测量仪器进行了改装,如更换了重要零部件等
- 对测量仪器进行了大修
- 进行工序能力分析时需要考虑测量仪器的测量能力
- 在测量系统表现不稳定时
- 测量结果波动比较大时
- 在决定是否接受一台新仪器时
- 在测量仪器之间进行比较时

三、测量系统分析中的几个基本概念

测量系统分析的目的在于分析测量系统本身的误差能否满足要求,测量系统的误差包括偏倚 (Bias)、重复性 (Repeatability)、再现性 (Reproducibility)、稳定性 (Stability) 和线性 (Linearity) 等。而这些概念贯穿于整个测量系统分析中,因此,有必要首先介绍一下这些相关的概念。

1. 偏倚

偏倚是同一测量对象测量结果的观测平均值 (或称测量值) 与基准值的差值。基准值有时也称为可接受的测量基准值或标准值。由于在实践中测量误差的存在,尽管被测对象客观存在着一个实际的真值,但这个值却是不可知的。此时,可以采用可接受的测量基准值作为真值的替代值,以此作为测量值的比较基准。基准值可通过采用更高级别的测量设备 (如计量试验室或全尺寸检验设备) 进行多次测量,取其平均值来确定。在测量过程中,由于测量人员的视觉读数误差和操作方法不正确等原因,也会造成测量结果的不

正确,因此,需要对同一测量过程进行多次重复,取它们的平均观测值作为测量值。这样,在测量值和基准值之间就必然存在一个偏差,这个偏差常常被称为偏倚,偏倚事实上就代表了测量系统的原始“准确度”,一般情况下,测量者用同一测量仪器对同一测量对象进行重复测量时,所得的测量值服从正态分布,则测量系统的偏倚可由图6-2表示。在此需要说明的是,基准值和测量值都是针对同一被测对象而言的。

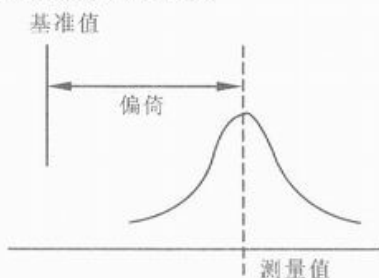


图6-2 测量系统的偏倚

测量系统存在较大偏倚可能的原因 标准零件或抽样零件错误;仪器老化;仪器精度不够;仪器测量了不适当的质量特性;仪器没有校准;仪器使用不正确等。

2. 重复性

重复性是由一个测量者,采用一种测量仪器,多次测量同一零件的同一特性时获得的测量值变异。仪器自身结构以及测量对象在仪器中位置变化是导致测量变异的两个原因,也可以说是导致重复性误差的两个原因。由于一组重复测量值的极差代表了重复性的大小,因此,可以利用极差控制图来显示测量过程的一致性。如果极差控制图失控,则测量系统的一致性就有问题,因此,在进行测量系统分析前,需要查找原因。一般地,同一测量者使用同一测量仪器重复测量同一被测对象时,所得的测量值服从正态分布(图6-3),故重复性的大小可通过正态分布进行估计而得,具体的计算我们将在后面的内容中介绍。

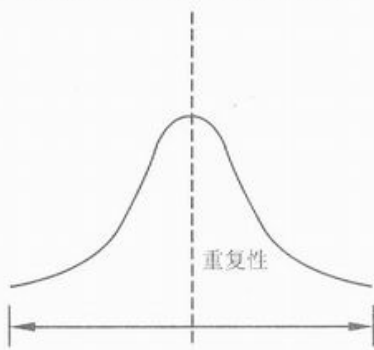


图6-3 测量系统的重复性

引起重复性较差的可能原因 测量仪器没有得到很好的维护;测量仪器精度达不到要求;测量仪器需重新设计;零件的装夹方式需进一步改进;存在松动连接、接地不良、干扰等。

如果测量系统的重复性较差,而仪器又不能改进或替换,那么改善测量系统重复性的唯一办法就是重复测量。



3. 再现性

再现性是由不同的测量者，采用相同的测量仪器，测量同一测量对象的同一特性时获得的测量平均值变差，如果测量者之间的变异性真正存在，每位测量者所得的平均值将会不同，可通过比较测量者对每个零件的测量平均值并计算它们之间的差异得到。通常，可以用一组测量者得到的最大平均值减去最小平均值得到的极差，来估计再现性的大小（图6-4）。

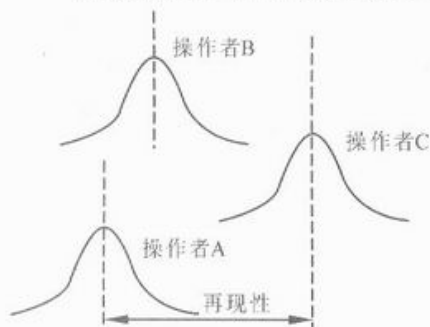


图6-4 测量系统的再现性

导致再现性较差的可能原因 测量者未能得到正确使用仪器的培训；仪表盘上读

数不清或精度差；仪器未校准；两个测量系统的设计不同；两个测量系统的工作环境不同。

4. 稳定性

测量系统的稳定性是指采用同一测量系统、由同一测量者、在同一环境下、在不同时间上、测量同一被测对象的同一质量特征值时所发生的测量值变异，变异愈小，则测量系统的稳定性愈好。对测量系统稳定性分析的意义在于：了解测量系统的稳定性能否达到要求，这一点对于采购新的测量设备或对现有设备进行评价是十分重要的；当测量设备一旦失去稳定性后能及时报警，并对设备进行必要的校准。获得测量系统稳定性常用的方法是单样本测量法，即首先选择一个样本或标准件（以下简称样本），标准件及基准值往往由设备制造商提供；若采用生产过程中的样本，应在测量设备校准后对样本进行大量测试，并用均值作为该样本基准值的估计；或将样本送交专业的测试中心，采用更精密的仪器对其进行测量，以获得基准值。在进行样本测量之前，要求样本的搁置时间足够长，且在预计的使用期间内，被测质量特征不发生改变。每间隔一段固定的时间，对样本进行 n 次测量，将被测质量特征值描在休哈特控制图（ $\bar{X}-R$ 或 $\bar{X}-R_m$ ）上，当控制图上的点超出控制限或点的排列出现缺陷时，即认为测量系统稳定性失控。在不同时间上测量系统的稳定性如图6-5所示，该图展示了测量系统稳定性较差的情形。

测量系统缺乏稳定性的可能原因 测量系统没有按要求经常做校准；某些电子仪器需预热；仪器需做维护；主要部件已经老化。

5. 线性

线性是指在测量系统预期的量程范围内，在不同量程段所得到的偏倚值



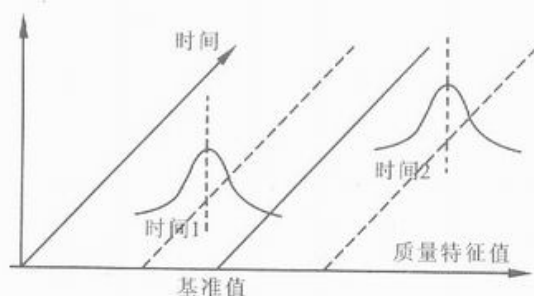


图 6-5 测量系统的稳定性

的差异。在测量系统的量程范围内,在不同的量程段对标准件进行反复测量,获得各量程段的偏倚值,分析这些偏倚值可获得测量系统的线性特性。为了更直观地了解测量系统的线性特性,我们可用图 6-6 来说明。如果测量系统在各量程下所测得的平均值与其基准值的对应的交点连线为一 45° 线时,说明没有线性误差的存在,否则,说明测量系统存在线性误差。如

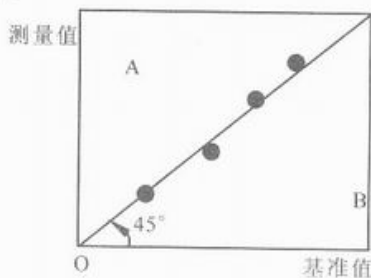


图 6-6 测量系统的线性

果它们的连线大于 45° , 即落入 A 区, 则说明随着量程的增大, 偏倚增大; 反之, 偏倚减小。

造成测量系统缺乏线性的可能原因 测量系统在高、低量程上未做正确的校准; 最大和最小校验标准有误差; 测量仪器已磨损老化; 测量系统的内部设计需重新评审。

6. 固定误差与可变误差

固定误差是不随被测对象大小而改变的测量误差, 一般与仪器的调整与校准有关。这样的误差很容易通过对测量仪器的校准而被消除, 因此在一般情况下, 进行测量系统分析时假定没有固定误差的存在。可变误差是随被测对象大小而改变的测量误差, 它一般与仪器构造有关。

7. 测量系统能力

测量系统能力反映测量系统在对其特定的测量对象测量时测量值的变异程度, 表示测量能力的指标有 P/T 比率 (精度/公差比率) 和 $R\&R\%$ (重复性与再现性百分数)。关于 P/T 比率和 $R\&R\%$ 的具体计算将在后面章节介绍。

四、测量系统的重复性和再现性的进一步讨论

测量系统分析的目的在于分析测量系统本身的误差能否满足质量控制的要求, 测量系统的误差包括偏倚、重复性、再现性、稳定性和线性等。下面我们对重复性和再现性问题做进一步的讨论。





分析测量系统的重复性和再现性时,在典型测量系统分析条件下,假定任选 m 个测量者, n 个零件,每个零件测量 r 轮,则总的测量次数为 mnr 。在给定测量次数的条件下, m , n , r 的不同选择会影响到重复性和再现性的结果。有关学者在研究了典型测量系统条件下各方差估计的置信区间后发现,零件个数对 $R\&R$ 的置信区间影响最大,为了缩小置信区间,应适当增加零件的个数。另外,当测量系统的再现性较大时,若测量者人数太少,也会使再现性置信区间增大,此时应适当增加测量者人数。相对而言,测量轮数对 $R\&R$ 置信区间影响最小,在测量次数有限制的条件下,测量轮数可以适当少一些。一般情况下,应选 3~5 名测量者,10 个以上的零件,每个零件测量 2~3 轮。

在进行测量系统分析时,最重要的两个误差指标是测量系统重复性和再现性,其评价方法主要有两种:均值—极差法和方差分析法。下面将分别介绍这两种方法。

第二节 均值—极差法

一、测量系统分析模型

假设工序质量特征值 (X) 服从正态分布, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。令 $X = X' + \varepsilon$, 其中 X' 表示在不考虑测量系统误差时得到的工序质量特征值,则 $X' \sim N(\mu, \sigma_p^2)$, σ_p^2 表示不考虑测量误差情况下工序质量特征值的方差,它是由工序本身的波动引起的。 ε 表示测量系统误差,并假设测量系统不存在固定误差(一般情况下,固定误差可通过校准来消除),则 $\varepsilon \sim N(0, \sigma_{MSE}^2)$ 。显然有

$$\sigma^2 = \sigma_p^2 + \sigma_{MSE}^2 \quad (6-1)$$

为了分析 σ_{MSE}^2 的大小,在进行测量系统分析时,一般随机选择 m 名测量者、 n 个零件,令每个测量者对每个零件以随机顺序测量 r 轮,令 X_{ijk} 表示第 i 个测量者测量第 j 个零件时的第 k 轮测量结果。显然,这是一个随机效应的交叉型实验设计问题,其线性统计模型为

$$X_{ijk} = \mu + O_i + P_j + (O \times P)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (6-2)$$

式中 μ ——常量; O_i ——第 i 位测量者的变异效应, $O_i \sim N(0, \sigma_o^2)$, σ_o^2 是再现性变异方差; P_j ——第 j 个零件本身的变异效应, $P_j \sim N(0, \sigma_p^2)$; $(O \times P)_{ij}$ ——测量者和零件的交互影响, $(O \times P)_{ij} \sim N(0, \sigma_{OP}^2)$, σ_{OP}^2 是交互作用变异方差; ε_{ijk} ——同一测量者对同一零件进行测量时的随机性变异, $\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma_E^2)$, σ_E^2 是重复性变异方差。

在测量系统分析中, σ_o^2 、 σ_{op}^2 、 σ_E^2 分别用 σ_{AV}^2 、 σ_{IV}^2 、 σ_{EV}^2 表示。显然, 测量系统的变异总方差为

$$\sigma_{MSE}^2 = \sigma_o^2 + \sigma_{op}^2 + \sigma_E^2 = \sigma_{AV}^2 + \sigma_{IV}^2 + \sigma_{EV}^2 \quad (6-3)$$

二、均值—极差分析法的计算

传统的测量系统分析法采用的是均值—极差法, 它是一种改进的计量型测量系统研究方法, 可简便快速地提供一个测量变异性的近似值, 这种方法只提供整个测量系统的总体误差特性。

假设有 m 个操作者, n 个零件, 每个零件测量 r 轮, 则均值—极差法的分析步骤如下:

收集数据 将测量数据填入如表 6-2 模式的表格中;

计算每个测量者测量每个零件 r 轮的极差 R_{ij}

$$R_{ij} = \max\{X_{ijk}\} - \min\{X_{ijk}\} \quad (6-4)$$

式中 $i=1, 2, \dots, m$ $j=1, 2, \dots, n$

计算平均极差 \bar{R}

$$\bar{R} = \frac{1}{m \times n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n R_{ij} \quad (6-5)$$

计算每个测量者测量结果的均值

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n \times r} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^r X_{ijk} \quad i=1, 2, \dots, m \quad (6-6)$$

计算各个测量者测量结果的均值 \bar{X}_i 的极差 R_o

$$R_o = \max\{\bar{X}_i\} - \min\{\bar{X}_i\} \quad i=1, 2, \dots, m \quad (6-7)$$

计算零件测量均值的极差 R_p

$$R_p = \max\{\bar{X}_j\} - \min\{\bar{X}_j\} \quad (6-8)$$

式中 \bar{X}_j —— m 位测量者测量第 j 个零件 r 轮的平均值。

计算 $\hat{\sigma}_{EV}$, $\hat{\sigma}_{AV}$, $\hat{\sigma}_p$ 和 $\hat{\sigma}_{MSE}$

$$\hat{\sigma}_{EV} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (6-9)$$

$$\hat{\sigma}_{AV} = \sqrt{\left(\frac{R_o}{d_2^*}\right)^2 - \frac{\hat{\sigma}_{EV}^2}{n \times r}} \quad (6-10)$$

$$\hat{\sigma}_p = \frac{R_p}{d_2^*} \quad (6-11)$$



$$\hat{\sigma}_{MSE} = \sqrt{\hat{\sigma}_{AV}^2 + \hat{\sigma}_{EV}^2} \quad (6-12)$$

式中 d_2 ——与测量轮数 r (计算 $R_{\bar{y}}$ 时的样本量) 有关的常数; d_2^* ——依赖于计算极差的样本含量和极差个数的统计常数。

具体到式 (6-10) 中, d_2^* 是与测量者人数 m 和极差个数 (这里是 1 个) 有关的常数; 而式 (6-11) 中, d_2^* 则是与零件个数 n 和极差个数 (这里是 1 个) 有关。 d_2, d_2^* 均可查本书后附的统计参数表得到。另外, 式 (6-10) 根号内为负数时, $\hat{\sigma}_{AV} = 0$ 。

D. C. Montgomery 提出估计 σ_{AV} 的更为简化的近似计算公式如下。

$$\hat{\sigma}_{AV} = \frac{R_o}{d_2^*} \quad (6-13)$$

计算重复性 (EV)、再现性 (AV) 以及重复性与再现性 (R&R)

$$EV = 5.15\sigma_{EV} \quad (6-14)$$

$$AV = 5.15\sigma_{AV} \quad (6-15)$$

$$R\&R = 5.15\sigma_{MSE} = \sqrt{EV^2 + AV^2} \quad (6-16)$$

评价测量系统能力 为了评价测量系统能力, 一般采用 P/T 比率和 $R\&R\%$ 两个指标。

(1) P/T 比率 即为测量系统的精度与公差范围的比率, 常用百分数表示, 其计算公式为

$$P/T\% = \frac{5.15\sigma_{MSE}}{T_U - T_L} \times 100\% \quad (6-17)$$

式中 σ_{MSE} ——测量误差的标准差; T_U 和 T_L ——工序质量的上下公差; $5.15\sigma_{MSE}$ ——测量系统的变异范围 (在正态分布下, 落在 5.15 倍标准差范围的概率为 99%)。

(2) $R\&R\%$ 是测量精度的估计值与过程范围的比率, 其计算公式为

$$R\&R\% = \frac{\sigma_{MSE}}{\sqrt{\sigma_{MSE}^2 + \sigma_P^2}} \times 100\% \quad (6-18)$$

一般要求, $P/T\%$ 和 $R\&R\%$ 两者中的较大者应小于 10%。在 QS9000 的测量系统分析手册中给出了 $R\&R\%$ 的评价要求: 若 $R\&R\%$ 小于 10%, 认为测量系统能力充分; $R\&R\%$ 大于 30%, 则测量系统能力不足, 应改进; 当 $R\&R\%$ 处于 10%~30% 时, 测量系统能力处于边界水平, 应根据测量过程的重要程度判定是否对测量系统进行改进。另外需要指出的是, 以上的公式是基于以



下三个假设：第一，测量误差是彼此独立的；第二，测量误差与零件大小无关；第三，测量误差服从正态分布。

三、均值—极差法应用举例

为了更加直观地了解和掌握均值—极差法的应用，现以某企业的实际应用为例来加以说明。该企业主要生产型号为 YSK30-6A 的电机，电机的主要质量特征值为电机轴的径向跳动大小，公差要求是 $0 \sim 0.03\text{mm}$ 。已知其质量特征值 (X) 服从正态分布，并且对该质量特征值进行测量时，是由测量员 A 和测量员 B 利用同一台测量仪器进行测量，使用的测量仪器是百分表。为了了解该测量系统的可靠性，特取 10 个样品随机分配给测量员 A 和测量员 B，并利用测量仪器进行测量，每人对每个样品测量 3 轮（注意，测量员 A、测量员 B 并不知晓测量的是哪个样品，也不知是否测量过该样品），该过程取得的数据如表 6-1 所示。

表 6-1 测量系统分析数据

轮数 样品	测量员 A			测量员 B		
	第 1 轮	第 2 轮	第 3 轮	第 1 轮	第 2 轮	第 3 轮
1	0.025	0.02	0.02	0.02	0.015	0.02
2	0.03	0.045	0.03	0.025	0.04	0.03
3	0.014	0.015	0.015	0.02	0.015	0.02
4	0.008	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
5	0.04	0.04	0.04	0.04	0.03	0.04
6	0.048	0.045	0.045	0.03	0.04	0.04
7	0.01	0.02	0.01	0.01	0.015	0.015
8	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	0.015
9	0.025	0.025	0.02	0.02	0.03	0.02
10	0.045	0.03	0.03	0.03	0.025	0.04

按照我们前面介绍的步骤，利用表 6-1 中的数据就可以进行计算分析了。首先可以计算出每个测量员 3 轮测量各个样品的极差 R_{ij} 以及每个测量者测量结果的均值，具体计算结果如表 6-2 所示。



表 6-2 测量系统分析数据处理

测量者 轮数 样品	测量员 A					测量员 B					样品 均值 (\bar{X}_j)
	第 1 轮	第 2 轮	第 3 轮	均值 (\bar{X}_{ij})	极差 (R_{ij})	第 1 轮	第 2 轮	第 3 轮	均值 (\bar{X}_{ij})	极差 (R_{ij})	
1	0.025	0.02	0.02	0.0217	0.005	0.02	0.015	0.02	0.0183	0.005	0.0200
2	0.03	0.045	0.03	0.0350	0.015	0.025	0.04	0.03	0.0317	0.015	0.0333
3	0.014	0.015	0.015	0.0147	0.001	0.02	0.015	0.02	0.0183	0.005	0.0165
4	0.008	0.01	0.01	0.0093	0.002	0.01	0.01	0.01	0.0100	0	0.0097
5	0.04	0.04	0.04	0.0400	0	0.04	0.03	0.04	0.0367	0.01	0.0383
6	0.048	0.045	0.045	0.0460	0.003	0.03	0.04	0.04	0.0367	0.01	0.0413
7	0.01	0.02	0.01	0.0133	0.01	0.01	0.015	0.015	0.0133	0.005	0.0133
8	0.01	0.01	0.01	0.0100	0	0.02	0.01	0.015	0.0150	0.01	0.0125
9	0.025	0.025	0.02	0.0233	0.005	0.02	0.03	0.02	0.0233	0.01	0.0233
10	0.045	0.03	0.03	0.0350	0.015	0.03	0.025	0.04	0.0317	0.015	0.0333
平均	-	-	-	0.0248	0.0056	-	-	-	0.0235	0.0085	-

根据表中的计算结果, 显然有

$$\bar{R} = (0.0056 + 0.0085) / 2 = 0.0071$$

$$R_o = \max \{ \bar{X}_i \} - \min \{ \bar{X}_i \}$$

$$= 0.0248 - 0.0235$$

$$= 0.0013$$

查统计参数表可得: 当样本含量为 3 时 (本例中测量轮数为 3), d_2 为 1.693; 当样本含量为 2 时 (本例中测量员人数为 2), d_2^* 为 1.41。这样, 可计算 $\hat{\sigma}_{EV}$, $\hat{\sigma}_{AV}$ 和 $\hat{\sigma}_{MSE}$ 如下

$$\hat{\sigma}_{EV} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0.0071}{1.693} = 0.0042$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{AV} &= \sqrt{\left(\frac{R_o}{d_2^*} \right)^2 - \frac{\hat{\sigma}_{EV}^2}{n \cdot r}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{0.0013}{1.41} \right)^2 - \frac{0.0042^2}{9 \times 3}} \\ &= 0.0006 \end{aligned}$$

$$\hat{\sigma}_{MSE} = \sqrt{\hat{\sigma}_{AV}^2 + \hat{\sigma}_{EV}^2}$$



$$= \sqrt{0.0006^2 + 0.0042^2}$$

$$= 0.0042$$

因为 \bar{X}_j 的个数为 10 个, 而 R_p 的个数为 1 个, 此时查表可知 d_2^* 为 3.18, 则 $\hat{\sigma}_p$ 为

$$\hat{\sigma}_p = \frac{R_p}{d_2^*} = \frac{0.0317}{3.18} = 0.01$$

可得

$$EV = 5.15\sigma_{EV} = 5.15 \times 0.0364 = 0.18746$$

$$AV = 5.15\sigma = 5.15 \times 0.00078 = 0.004017$$

$$R\&R = 5.15\sigma_{MSE} = 5.15 \times 0.03641 = 0.18751$$

从而可计算 $R\&R\%$

$$P/T\% = \frac{5.15\hat{\sigma}_{MSE}}{USL - LSL} \times 100\%$$

$$= \frac{5.15 \times 0.0042}{0.03 - 0} \times 100\%$$

$$= 72.1\%$$

$$R\&R\% = \frac{\hat{\sigma}_{MSE}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{MSE}^2 + \hat{\sigma}_p^2}} \times 100\%$$

$$= \frac{0.0042}{\sqrt{0.0042^2 + 0.01^2}} \times 100\%$$

$$= 38.88\%$$

显然, 该测量系统能力不足。

当然, 我们也可以利用 Montgomery 提出估计 σ_{AV} 的近似计算公式来计算, 读者可自己进行计算。

第三节 方差分析法

一、方差分析法数据的采集

方差分析法 (ANOVA) 是一种标准的统计技术, 可用来分析测量误差和测量系统分析中数据的其他变异源。方差分析中, 误差可分为以下 4 个种类: 零件、测量者、零件与测量者的交互作用、量具造成的重复误差等。在 ANOVA 法中数据的采集方法是很重要的, 如果数据不是以随机方式采集的, 会产生偏倚值。能够保证对 (n) 零件, (k) 测量者, (r) 次试验的平衡设计的一个简单方式就是通过随机化。一种普通的随机化方法是: 在纸片上写下 A_i





代表第一位测量者对第一个零件的测量。这样写到 A_n 代表第一位测量者对第 n 个试件的测量。对下一位测量者执行同样的程序直到第 k 位测量者。同样可以使用符号 B_1, C_1 表示第 2、第 3 位测量者对第一个零件的测量。当所有的 nk 组合都写下后, 这些纸片可放入一个容器内, 每次选择一片纸。这些组合 (A_1, B_2, \dots) 是进行量具研究的测量次序, 当所有的 nk 组合被选择后, 把它们放回容器内, 然后重复执行上述程序。总共需重复 r 次以确定每次重复试验的顺序。一个更好的办法是使用一个随机数据表或随机数发生器。

这里我们仅讨论典型测量系统 (即不同测量者使用同一测量仪器对同一批零件进行测量) 能力分析的情形, 对于其他测量系统问题的情形可在此基础上得到。

二、方差分析法的计算

前面我们给出了典型测量系统分析的线性统计模型 [式 (6-2)]:

$$X_{ijk} = \mu + O_i + P_j + (OP)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

该模型中, $O_i, P_j, (OP)_{ij}$ 和 ε_{ijk} 在模型中均为独立的效应, 则

$$\sigma^2 = \sigma_O^2 + \sigma_P^2 + \sigma_{OP}^2 + \sigma_\varepsilon^2 = \sigma_P^2 + \sigma_{MSE}^2 \quad (6-19)$$

我们记 SS_T, SS_O, SS_P, SS_E 和 SS_{OP} 分别为总离差平方和、测量者离差平方和、零件离差平方和、重复性误差离差平方和以及测量者和零件之间交互作用的离差平方和。而总的离差平方和及各效应的离差平方和的计算公式为

$$SS_T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^r (X_{ijk} - \bar{X})^2 \quad (6-20)$$

$$SS_O = nr \sum_{i=1}^m (\bar{X}_L - \bar{X})^2 \quad (6-21)$$

$$SS_P = mr \sum_{j=1}^n (\bar{X}_j - \bar{X})^2 \quad (6-22)$$

$$SS_E = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^r (X_{ijk} - \bar{X}_{ij})^2 \quad (6-23)$$

$$SS_{OP} = r \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\bar{X}_{ij} - \bar{X}_L - \bar{X}_j + \bar{X})^2 \quad (6-24)$$

则可证明

$$SS_T = SS_O + SS_P + SS_{OP} + SS_E \quad (6-25)$$

方差分析和均方期望的计算如表 6-3 所示。其中关于均方期望计算方法请参考有关文献, 鉴于篇幅所限, 本文直接引用结论, 不给出证明。

表 6-3 典型测量系统分析方差分析表

来源	离差平方和 (SS)	自由度 (DF)	均方 (MS)	均方和期望 [E (MS)]
测量者	SS_0	$m-1$	$\frac{SS_0}{m-1}$	$\sigma_E^2 + r\sigma_{OP}^2 + nr\sigma_0^2$
零件	SS_P	$n-1$	$\frac{SS_P}{n-1}$	$\sigma_E^2 + r\sigma_{OP}^2 + mr\sigma_P^2$
交互作用	SS_{OP}	$(m-1)(n-1)$	$\frac{SS_{OP}}{(m-1)(n-1)}$	$\sigma_E^2 + r\sigma_{OP}^2$
重复性误差	SS_E	$mn(r-1)$	$\frac{SS_E}{mn(r-1)}$	σ_E^2
合计	SS_T	$mn(r-1)$		

利用表 6-3 中的结论, 我们便可估计出典型测量系统中各效应的方差为

$$\hat{\sigma}_E^2 = MS_E \quad (6-26)$$

$$\hat{\sigma}_{OP}^2 = (MS_{OP} - MS_E)/r \quad (6-27)$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = (MS_0 - MS_{OP})/nr \quad (6-28)$$

$$\hat{\sigma}_P^2 = (MS_P - MS_{OP})/mr \quad (6-29)$$

以上方差估计值为负数时, 一律认为方差为零。测量系统误差为

$$\hat{\sigma}_{MSE} = \sqrt{\hat{\sigma}_0^2 + \hat{\sigma}_{OP}^2 + \hat{\sigma}_E^2} \quad (6-30)$$

$$R\&R\% = \frac{\hat{\sigma}_{MSE}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{MSE}^2 + \hat{\sigma}_P^2}} \times 100\% \quad (6-31)$$

三、方差分析法的应用举例

我们在上一节中举了一个测量系统分析的实例, 并用均值—极差法对其重复性与再现性进行计算估计, 现在我们利用方差分析和方差估计来作同样目的的计算。利用表 6-1 中的数据, 我们很容易计算得到测量值总平均为

$$\bar{\bar{X}} = 0.024167$$

利用公式 (6-22) 便可计算出总离差平方和为

$$SS_T = 0.0084223$$

同样, 容易计算出各测量者测量值均值 \bar{X}_i 、各零件测量值均值 \bar{X}_j 以及各测量者重复测量同一零件的均值 \bar{X}_{ij} 等统计量, 从而可得如表 6-4 所示的方差分析表。





表 6-4 方差分析表

来源	离差平方和 (SS)	自由度 (DF)	均方 (MS)
零件	0.0072240	9	0.0008027
测量者	0.0000267	1	0.0000267
交互作用	0.0002290	9	0.0000254
纯误差	0.0009427	40	0.0000236
合计	0.0084223	59	-

则可得

$$\hat{\sigma}_E^2 = MS_E = 0.0000236$$

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_{OP}^2 &= (MS_{OP} - MS_E)/r \\ &= (0.0000254 - 0.0000236)/3 \\ &= 0.00000063\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_O^2 &= (MS_O - MS_{OP})/nr \\ &= (0.0000267 - 0.0000254)/(10 \times 3) \\ &= 0.00000004\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_P^2 &= (MS_P - MS_{OP})/mr \\ &= (0.0008027 - 0.0000254)/(2 \times 3) \\ &= 0.00012954\end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_{MSE} &= \sqrt{\hat{\sigma}_O^2 + \hat{\sigma}_{OP}^2 + \hat{\sigma}_E^2} \\ &= \sqrt{0.00000004 + 0.00000063 + 0.0000236} \\ &= 0.004922738\end{aligned}$$

这样便可计算重复性与再现性的百分比为

$$\begin{aligned}R\&R\% &= \frac{\hat{\sigma}_{MSE}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{MSE}^2 + \hat{\sigma}_P^2}} \times 100\% \\ &= \frac{0.004922738}{\sqrt{0.004922738^2 + 0.00012954}} \times 100\% \\ &= 39.698\%\end{aligned}$$

利用方差分析法我们得到该测量系统的重复性与再现性的百分比 R&R% 为 39.698%。

均值—极差法与方差分析法的优缺点

均值—极差法与方差分析法是常用的两种典型测量系统分析方法，它们均有各自的优缺点。均值—极差法的优点是计算较为简便，但缺点是未考虑测量者和零件间交互作用的影响，当测量系统中存在交互作用时，会低估测量系统的变异。而方差分析则是考虑了交互作用的影响，从前两节分别使用两种方法对同一实例进行分析的结果中可以看出这一点，利用方差分析法得到的 $R\&R\%$ 要比均值—极差法得到的 $R\&R\%$ 大，原因就在于此。

为了对测量者和零件间的交互作用有更为直观的理解，我们可通过绘制交互作用图来进行观察，在交互作用图中，以零件编号为横坐标，以各零件不同轮数的测量均值为纵坐标，并将各测量者重复测量每一零件的测量值均值绘制到该坐标系中，从而可以绘出各测量者测量各零件所得的测量值均值的折线图。通过对该图的观察便可直观了解是否存在测量者和零件间的交互作用：如果代表各测量者的折线互相保持平行，则说明没有交互作用的存在，反之，则说明测量系统中存在交互作用的影响（图6-7）。就说明系统没有交互作用存在，而图6-8则说明有交互作用存在。

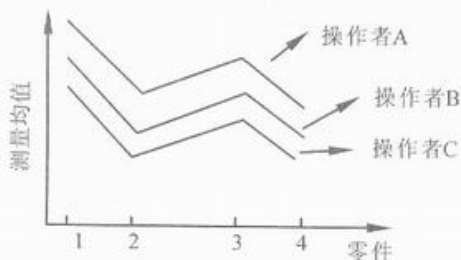
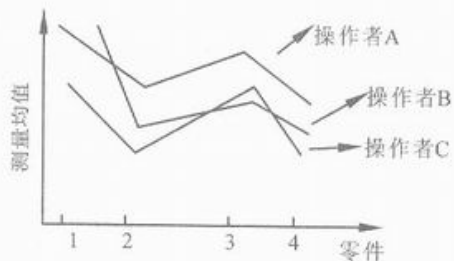


图6-7 操作者和零件之间没有交互作用者测量各零件所得的测量值均值的折线图。通过对该图的观察便可直观了解是否存在测量者和零件间的交互作用：如果代表各测量者的折线互相保持平行，则说明没有交互作用的存在，反之，则说明测量系统中存在交互作用的影响（图6-7）。就说明系统没有交互作用存在，而图6-8则说明有交互作用存在。

例如，前面介绍的例子中，我们可以利用坐标系描绘出操作者和零件之间交互作用图，由图6-9可知，该测量系统存在有操作者和零件之间交互作用的影响。



6-8 操作者和零件之间交互作用显著

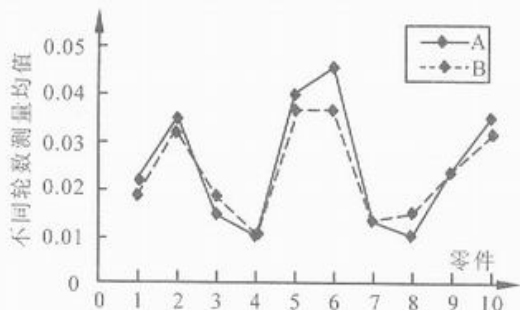


图6-9 操作者和零件之间交互作用图



采用方差分析和方差估计的方法进行测量系统分析的缺点是计算量较大,在实际应用中,可以借助一些统计软件包,如 MINITAB、JMP、SPSS、STATISTICA 等来做方差分析和方差估计。

思考与练习 6.

- 为什么 MSA 对质量改进如此重要?
- 测量系统的误差包括哪些内容?
- 测量系统的偏倚、重复性、再现性、稳定性和线性等概念各自的含义是什么?
- 重复性和再现性与校准刻度的区别?
- 在什么情况下进行测量系统分析?
- 测量系统校准刻度与测量仪器重复性和再现性研究的区别?
- 请使用 D. C. Montgomery 提出估计 σ_{AV} 的简易公式重新计算本章第二节中的例子并比较计算结果。
- 某公司 SMT 工程师对测量焊接贴片高度的仪器进行测量系统分析, 选择 3 个操作者并随机抽取 10 块 PCB 板, 容差为 3mil。测量值如表 6-5 所示, 试求:
 - ① 利用均值—极差法计算 $R\&R\%$;
 - ② 根据数据结果和交互作用图分析测量者和零件之间是否有交互作用。

表 6-5 测量焊接贴片高度数据表

[illegible]